

Magnetische Multipole

Anleitung zum Versuch im Physikalischen Fortgeschrittenenpraktikum am IAP

Betreuer: Daniel Koser, Büro: 02.413, koser@iap.uni-frankfurt.de

Oktober 2018



Information

- Das Praktikum findet von 09:30 Uhr bis 11:30 Uhr und von 12:30 Uhr bis 16:00 Uhr statt.
- Die Aufgaben unter „Vorbereitung“ sind vor dem Versuchstermin zu bearbeiten.
- Das Protokoll ist spätestens zwei Wochen nach Versuchsdurchführung abzugeben.
- Bitte kennzeichnen Sie in Ihrem Protokoll die Protokollantin/den Protokollanten.
- Weitere Infos finden Sie auf www.linac-world.de.

Einleitung

In diesem Versuch soll die Feldverteilung eines magnetischen Di- und Quadrupols mittels computergesteuerter Messung ermittelt werden. Magnetanordnungen kommen in Teilchenbeschleunigeranlagen, wie z.B. dem Large Hadron Collider (LHC) am europäischen Kernforschungszentrum CERN, mit dem Ziel zum Einsatz, die zu beschleunigenden Teilchenpakete in Form von Ablenkung des Teilchenstrahls (magnetischer Dipol) oder Fokussierung des Strahls (magnetischer Quadrupol) zu beeinflussen. Um dies erreichen zu können, ist es notwendig, die Eigenschaften von Magnetfeldern im Vorfeld zu analysieren.

Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einer computergesteuerten CNC-Anlage (Steuerung durch LabView) sowie aus einer Hallsonde mit Positioniereinheit. Die Hallsonde ist über ein digitales Multimeter mit dem Computer verbunden, der das Programm LabView zur Ausgabe und graphischen Darstellung der Messwerte enthält.

Zur Messung der Magnetfelder des aus CmSo_5 -Permanentmagneten aufgebauten magnetischen Dipols und Quadrupols wird die Hallsonde auf vorprogrammierten Analysebahnen computergesteuert bewegt.

Die Dauermagnete sind quaderförmig (20mm*20mm*70mm) sowie quer magnetisiert. Damit haben diese auf den größeren Flächen ihren Nord- bzw. Südpol.

Mit „Computerized Numerical Control“ (Abkürzung CNC – übersetzt „rechnergestützte numerische Steuerung“) wird ein elektronisches Verfahren zur Computersteuerung von Werkzeugmaschinen bezeichnet. Diese Maschinen werden hauptsächlich in der Industrie eingesetzt, um Werkstücke aus verschiedenen Materialien mit hoher Präzision automatisch zu produzieren. Die Führung des Werkzeuges (im vorliegenden Fall der Hallsonde) übernimmt das CNC-Programm.

Abb. 1 zeigt einen Ausschnitt des Versuchsaufbaus. Zu sehen ist die montierte Quadrupolanordnung sowie oberhalb die Hallsonde aus einem stromdurchflossenen Halbleiter-Plättchen in schwarzem Gehäuse mit Positioniereinheit.

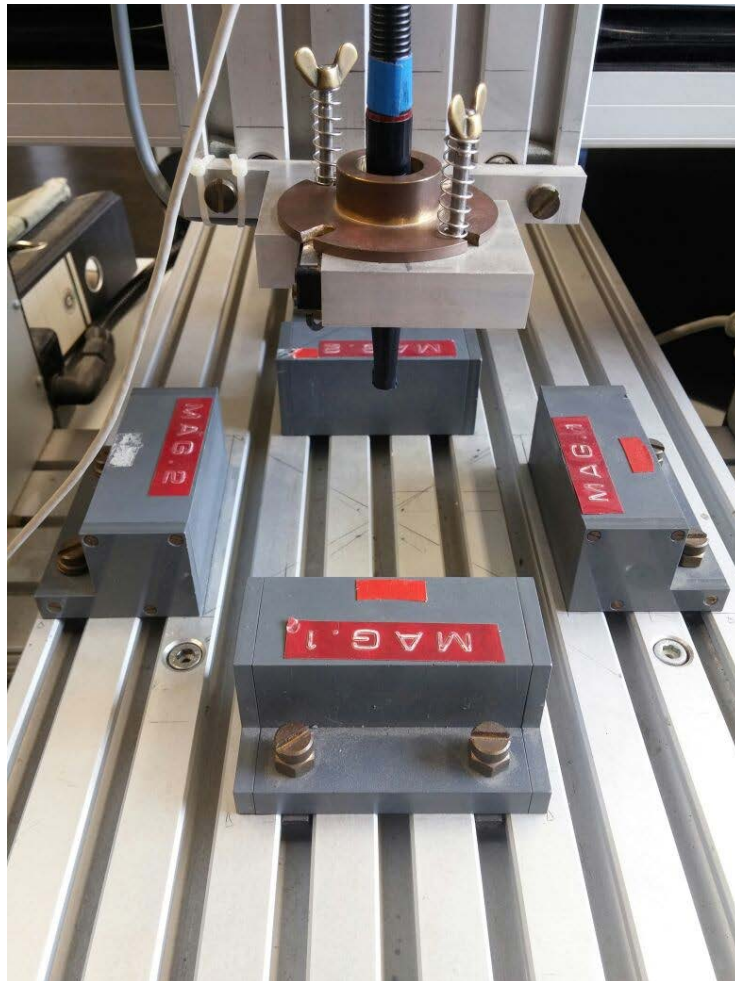


Abb. 1: Ausschnitt des Versuchsaufbaus im Praktikumsraum (eigene Aufnahme, April 2018).

Theoretische Grundlagen

- Magnetisches Feld

Magneterfelder entstehen entweder durch elektrischen Strom oder Magnetisierung, wie z.B. bei Permanentmagneten. Im Gegensatz zu elektrostatischen Feldern sind Magnetfelder quellenfrei, also Wirbelfelder mit geschlossenen Feldlinien ohne Anfangs- und Endpunkt. Es gibt also keine Monopole.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \oint_{\partial v} \vec{B} d\vec{A} = 0$$

Die zweite Maxwell-Gleichung in differentieller und integraler Form bringt dies zum Ausdruck. Anschaulich kann man dieser Maxwell-Gleichung in integraler Form entnehmen, dass Feldlinien, die aus einem Volumen durch eine geschlossene Fläche austreten, auch wieder in diese eintreten müssen. Es gibt dementsprechend nur geschlossene Feldlinien.

- Halleffekt

Die in diesem Versuch eingesetzte Hallsonde ist mit dem Prinzip des Halleffektes eng verbunden. Dieses physikalische Phänomen nutzt man zur Messung der magnetischen Flussdichte aus. Das Einbringen eines stromdurchflossenen Leiters (Hallsonde) in ein stationäres Magnetfeld führt zu einer Hallspannung U_H , die senkrecht zur Stromrichtung und zum magnetischen Fluss auftritt. Ist das magnetische Feld nicht zu groß, dann ist U_H proportional zum magnetischen Fluss und kann daher genutzt werden, um B zu bestimmen. Halbleiter-Materialien besitzen für Hallsonden eine besondere Eignung, da die erzeugte Hallspannung umso größer ist, je kleiner die Ladungsträgerdichte ρ im Leiter ist.

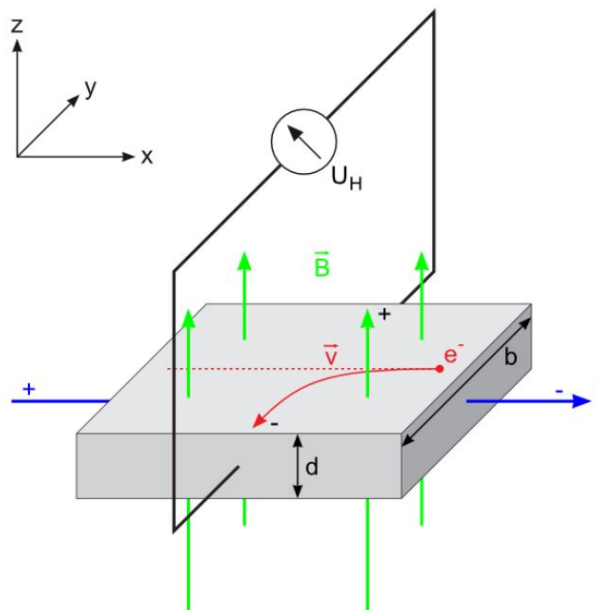


Abb. 2: Funktionsprinzip der Hallsonde (Quelle: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4622>, zuletzt abgerufen am 22.04.2018).

Das Fließen eines Stroms I durch die Leiterplatte in x -Richtung ist mit einer Elektronenbewegung mit zugehöriger Driftgeschwindigkeit v verbunden (Abb. 2). Die Lorentzkraft wirkt auf diese bewegten Ladungsträger der Ladung q aufgrund der Existenz des äußeren Magnetfeldes in z -Richtung.

$$\text{Lorentzkraft } \vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Die Lorentzkraft lenkt die Elektronen senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung ab. Dadurch kommt es zu einer Elektronenanreicherung an einem Rand der Platte sowie zu einer entsprechenden Verarmung am gegenüberliegenden Rand der Leiterplatte. Diese Ladungstrennung findet in Anlehnung an die eines Plattenkondensators statt.

Ein mit der Ladungstrennung verbundenes elektrisches Feld in y -Richtung übt eine Kraft $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$ auf die Elektronen aus, die der Lorentzkraft entgegengesetzt ist. Die Ladungstrennung endet genau dann, wenn ein Kräftegleichgewicht vorliegt. Analog zur Messung an einem Kondensator kann die Hallspannung U_H gemessen werden. Für diese ergibt sich ein linearer Zusammenhang mit der magnetischen Flussdichte (Materialkonstante $R_H = \text{Hallkonstante}$):

$$\text{Hallspannung } U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d} = R_H \frac{IB}{d}$$

Zwischen der Driftgeschwindigkeit v der Ladungsträger und der Stromstärke I lässt sich folgender Zusammenhang mit $A = bd = \text{Querschnitt des Leiters}$ sowie $n = \text{Konzentration der Ladungsträger}$ herstellen:

$$I = nqvA$$

- Dipolmagnete in Teilchenbeschleunigern

Dipolmagnete sind Magnete, die einen Nord- und einen Südpol besitzen. In Teilchenbeschleunigern handelt es sich dabei um Elektromagnete, die aus einem u-förmigen Eisenjoch aufgebaut sind (Abb. 3). Das Joch dient der Formung des Feldes. Die Erzeugung des Magnetfeldes liegt bei den stromdurchflossenen Spulen, die an den Enden des Jochs gewickelt sind. Der Spalt zwischen den Polen ist von einem homogenen Magnetfeld durchsetzt, welches durch den Stromfluss regelbar ist.

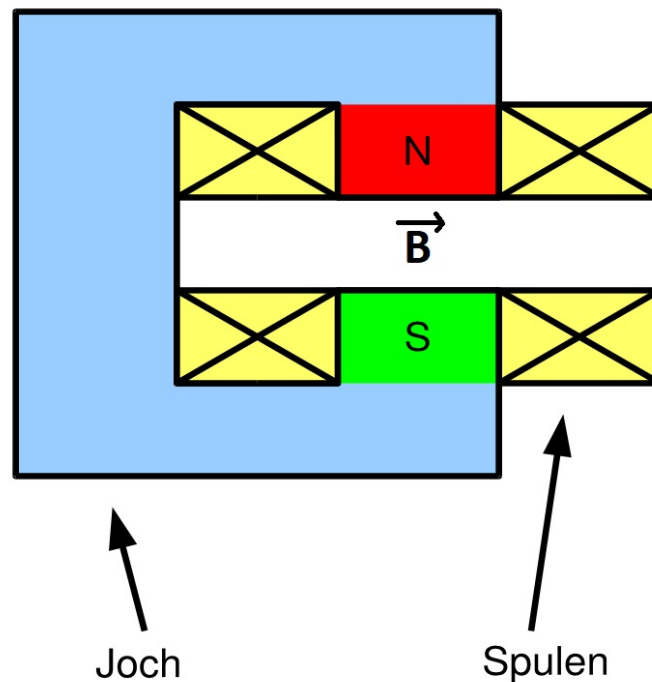


Abb. 3: Schematischer Aufbau eines Dipolmagneten (verändert, Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Dipolmagnet#/media/File:Dipole_de.png, zuletzt abgerufen am 22.04.18).

In Teilchenbeschleunigern kommen Dipolmagnete zum Einsatz, um ein Magnetfeld zur Ablenkung von Teilchenstrahlen zu erzeugen (Ablenkmagnete). Die Größe des homogenen Feldbereichs als eine Eigenschaft des Magnetfeldes wird stark durch die Form der Polschuhe beeinflusst. In den meisten Fällen werden ebene Polflächen verwendet, um ein möglichst homogenes Feld zwischen den Polschuhen entstehen zu lassen.

Die Teilchen bewegen sich in einem homogenen Feld nach der Lorentzkraft auf einer Kreisbahn senkrecht zum Feld. Außerdem ist die Teilchenbewegung proportional zur magnetischen Flussdichte B . Liegt ein konstanter Querschnitt des magnetischen Wegs (Joch und Luftspalt) vor, kann die magnetische Flussdichte B im Luftspalt, die für den Ablenkwinkel und den Bahnradius der geladenen Teilchenstrahlen entscheidend ist, folgendermaßen angegeben werden:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{In}{\mu_r s_1 + s_2}$$

mit μ_0 = magnetische Feldkonstante, μ_r = Permeabilitätszahl des Jochmaterials, I = Strom durch die Spule, n = Windungszahl der Spule, s_1 = Luftspalt des Joches, s_2 = Eisenweg des Joches

Insgesamt sollte das Joch möglichst komprimiert aufgebaut sein, damit die Eisenweglänge möglichst kurz ist. Darüber hinaus sollte die Permeabilitätszahl des Jochmaterials idealerweise hoch sein.

- **Quadrupolmagnete in Teilchenbeschleunigern**

Ein Quadrupolmagnet besteht aus einer Anordnung von vier magnetischen Polen, zwei Nord- und zwei Südpolen, zwischen denen sich ein inhomogenes Feld bildet (Abb. 4). Nord- und Südpole liegen sich jeweils gegenüber. Quadrupolmagnete werden im Rahmen der Beschleunigerphysik dafür verwendet, eine Fokussierung des Teilchenstrahls zu erreichen. Ihr Magnetfeld weist eine ortsabhängige Feldstärke und Flussdichte auf. Dies führt weitergehend zu einer ortsabhängigen Lorentzkraft, die auf die Teilchen wirkt.

Die Stärke des Magnetfeldes nimmt insgesamt linear mit dem Abstand zum Zentrum des Magneten nach außen hin unter der Voraussetzung zu, dass die Pole hyperbolisch gefertigt sind. Anzumerken ist, dass ein Quadrupolmagnet in einer Richtung quer zum Teilchenstrahl eine fokussierende Wirkung aufweist. In der anderen Querrichtung dagegen sorgt dieser für eine Defokussierung des Teilchenstrahls. Dieses Verhalten macht insgesamt eine geschickte Anordnung von Quadrupolen notwendig (vgl. Aufgabe 5). Der Gradient des Quadrupols stellt ein Maß für die Stärke der Fokussierung dar.

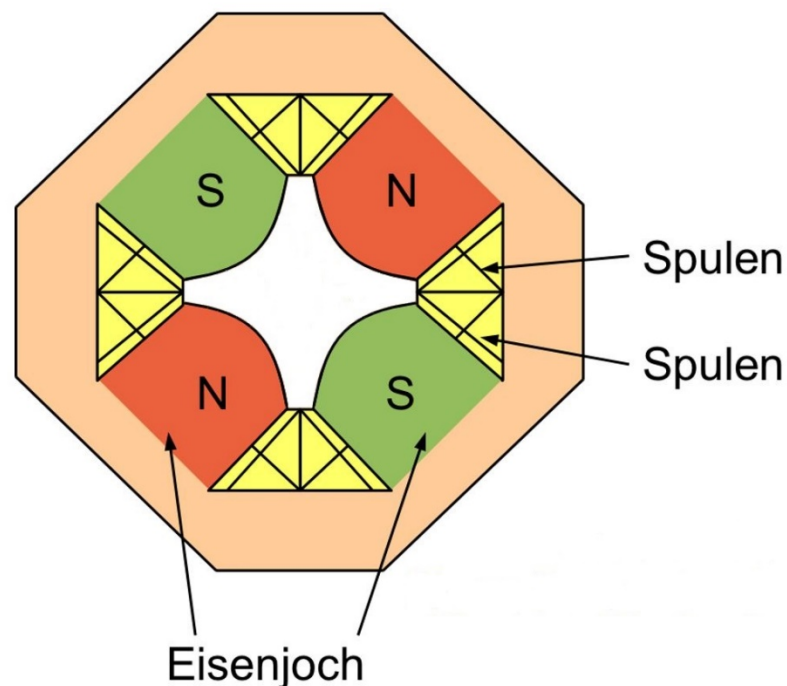


Abb. 4: Schematischer Aufbau eines Quadrupolmagneten (verändert, Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Quadrupolmagnet#/media/File:Quadrupole_de.png, zuletzt abgerufen am 22.04.18).

Vorkenntnisse

Bitte machen Sie sich vor Durchführung des Versuchs über die Anleitung zum Versuch hinaus mit folgenden Themen vertraut:

- magnetische Multipole
- Multipolentwicklung
- Fourier-Transformation
- numerische Integration
- Bewegung geladener Teilchen im elektromagnetischen Feld

Voraufgaben

Magnetischer Dipol

- a) Skizzieren Sie das H-Feld eines magnetischen Dipols, der aus quaderförmigen Permanentmagneten aufgebaut ist, die quer magnetisiert sind (siehe Abb. 5). Dabei soll sowohl das Feld innerhalb des Dipols als auch das Feld außerhalb skizziert werden.

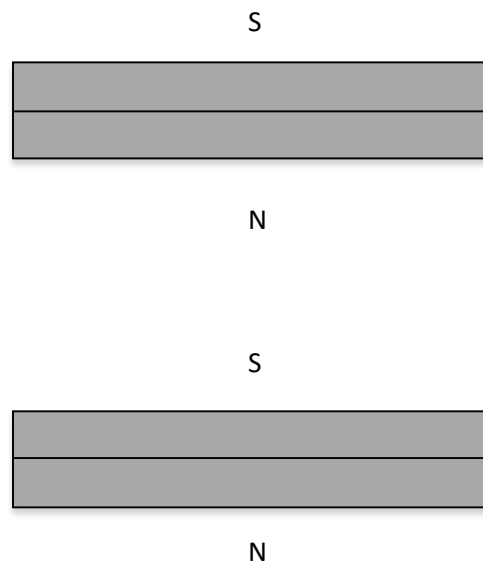


Abb. 5: quaderförmige Permanentmagnete eines magnetischen Dipols (eigene Zeichnung).

- b) Stellen Sie das magnetische Feld des Dipols dem elektrischen Feld eines Plattenkondensators gegenüber und erläutern Sie die Hauptunterschiede. Gehen Sie dabei auch auf die Quellenfreiheit des magnetischen Feldes ($\text{div}\mathbf{B} = 0$) ein.
- c) Was versteht man unter der effektiven Länge eines magnetischen Dipols und wie kann man diese berechnen? Grenzen Sie diese von der geometrischen/realen Länge eines magnetischen Dipols ab.

- d) Leiten Sie die Formel für den Ablenkwinkel α , den ein geladenes Teilchen in einem magnetischen Dipol erfährt, her. Machen Sie dabei die Näherung, dass das Feld kurz und rechteckförmig sei. Überlegen Sie dazu, auf welcher Bahn sich ein geladenes Teilchen in einem Magnetfeld bewegt.

Magnetischer Quadrupol

- a) Skizzieren Sie das H-Feld eines Quadrupols und geben sie jeweils einzelne Kraftvektoren (Magnetfeldkräfte auf bewegte Probeladungen) an (Abb. 6).

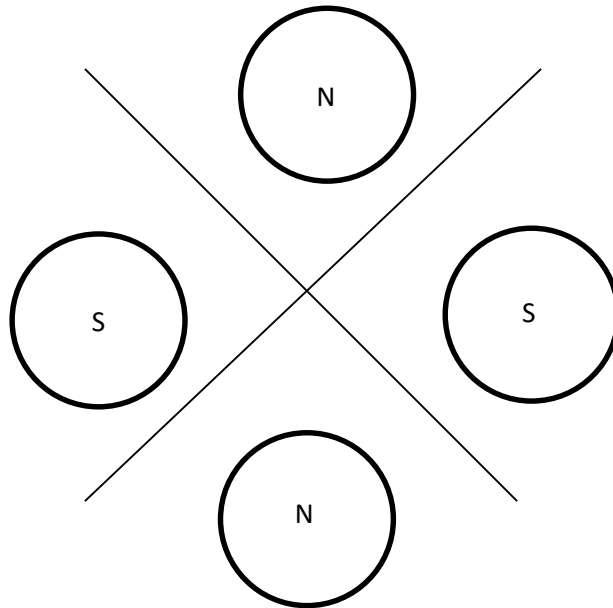


Abb. 6: Grobskizze eines Quadrupolmagneten (eigene Zeichnung).

- b) Wie können Quadrupole als fokussierende Linsenelemente funktionieren? Wo findet dieses Prinzip Anwendung?

Versuchsaufgaben

Zur Aufnahme der Daten der Hallsonde dienen die Anwendungen „Dipol“, „Quadrupol_Diagonalen“, „Quadrupol_Kreis“ und „Quadrupol_Vertikalmessung“ (LabView), welche auf dem Rechner zu finden sind. Bitte bereiten Sie die gewonnenen Messwerte graphisch auf und fügen Sie diese Ihrem Protokoll bei.

Stellen Sie vor Ihrer Messung das Teslameter auf 2000 mT Messbereich.

Magnetischer Dipol

Um die Magnetfeldmessung beim Dipol zu starten, muss die Anwendung „Dipol“ auf dem Rechner geöffnet werden (siehe Abb. 7). Zum Test des Programms kann eine Leerfahrt ohne Hallsonde durchgeführt werden. Bei der Messung ist besondere Achtsamkeit darauf zu legen, dass die Hallsonde den Dipol nicht berührt (ggf. roten Stopp-Button in oberer linker Bildschirmecke betätigen).

Als Länge sollte die maximale Länge eingestellt werden und es sollten ungefähr 50 Datenpunkte aufgenommen werden.

Möchte man die Messdaten sichern, um sie auswerten zu können, muss man vor der Messung bei „Save to File“ „On“ einstellen. Die Messung beginnt man mit „Start“.

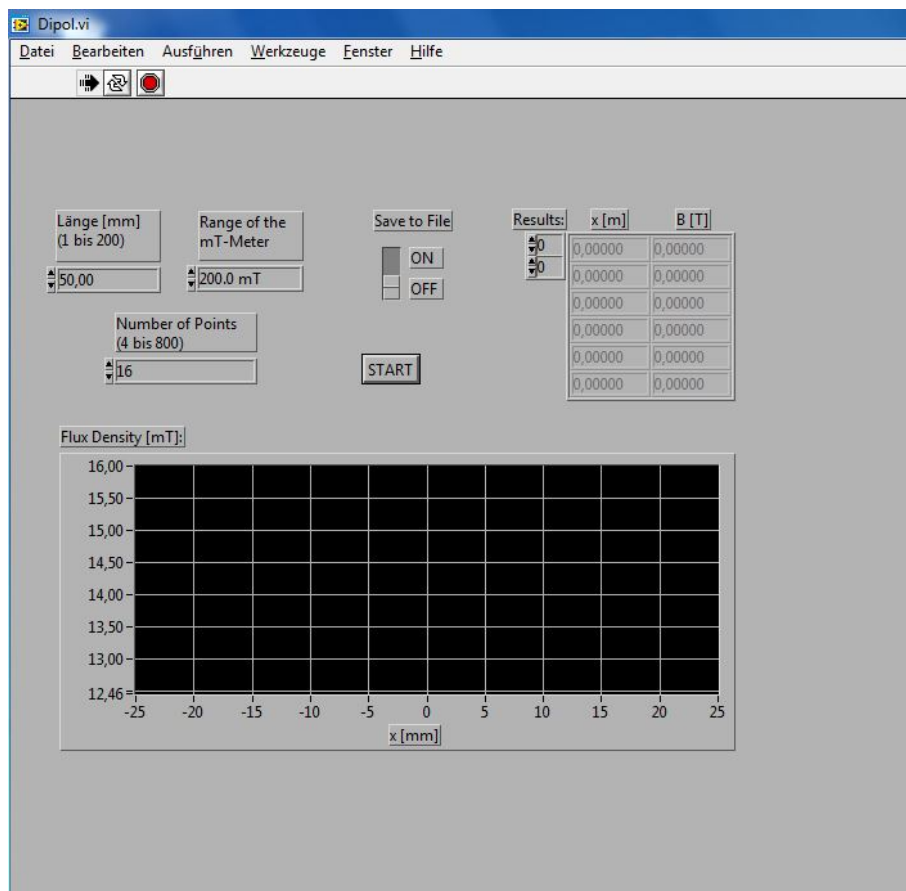


Abb. 7: LabView-Oberfläche „Dipol“ (eigene Aufnahme, April 2018).

Folgende Größen sind aus den Daten zu bestimmen:

- die effektive Länge L_{eff}
- die maximale Induktion B_{max}
- die mittlere Induktion B_{mitt}
- das Integral $\int_{1.NS}^{2.NS} B(z) dz$ (NS: Nullstelle)
- Radius und Ablenkwinkel, den ein Proton mit einer Energie von 10, 100 und 1000 keV erfährt.

Magnetischer Quadrupol

Beim magnetischen Quadrupol sollen drei Messungen durchgeführt werden.

- a) Starten Sie die Anwendung „Quadrupol_Diagonalen“ (Abb. 8) und geben Sie bei der abzutastenden Länge („Länge [mm]“) wieder den maximalen Wert ein. Es sollten wieder ca. 50 Datenpunkte aufgenommen werden. Möchte man die Messdaten sichern, um sie auswerten zu können, muss man vor der Messung bei „Save to File“ „On“ einstellen. Die Messung beginnt man mit „Start“.

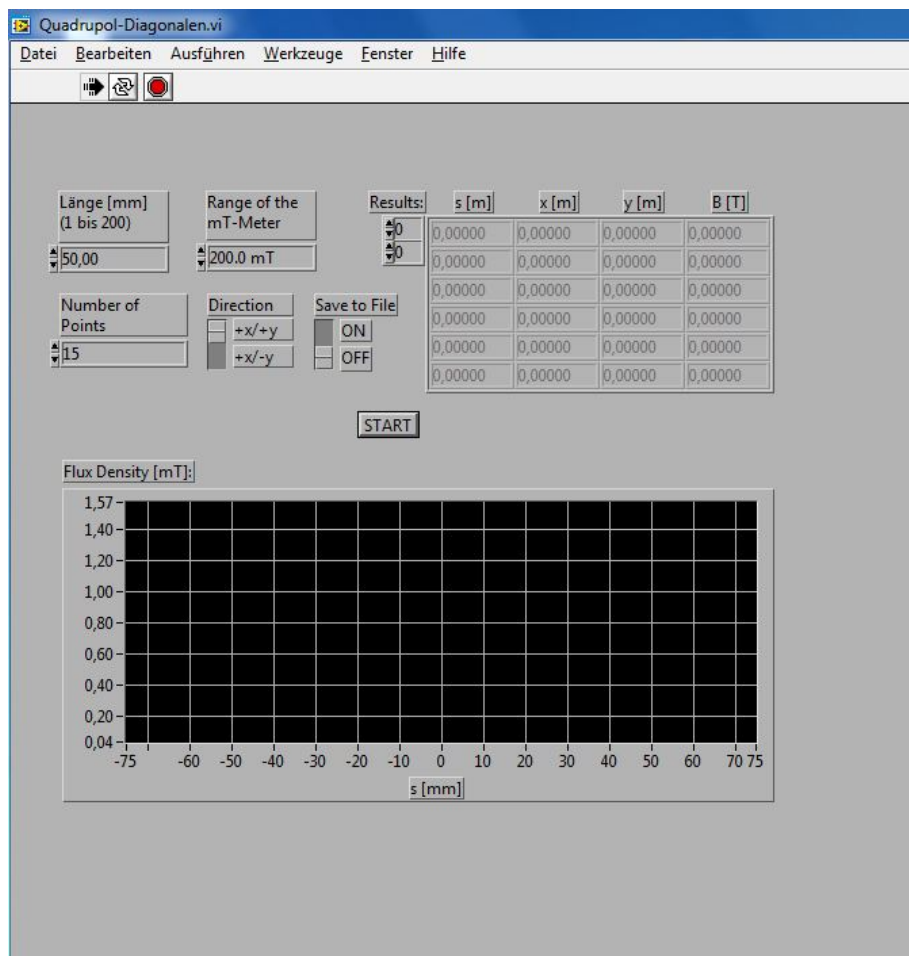


Abb. 8: LabView-Oberfläche „Quadrupol-Diagonalen“ (eigene Aufnahme, April 2018).

Mit dieser Messung untersucht man den Linearitätsbereich des Quadrupolfeldes. Bestimmen Sie aus den Messdaten die Länge und die Steigung des linearen Abschnitts. Worauf lässt die Kurve durch ihren Verlauf schließen?

- b) Starten Sie die Anwendung „Quadrupol_Kreis“ und geben Sie beim Messbereich 200 mT an (ebenfalls am Teslameter ändern!). Es sollten wieder ca. 50 Datenpunkte aufgenommen werden. Möchte man die Messdaten sichern, um sie auswerten zu können, muss man vor der Messung bei „Save to File“ „On“ einstellen. Die Messung beginnt man mit „Start“. Es sollen Messwerte für Kreise mit einem Radius von 25 und 50 mm (siehe Abb. 10 sowie für die Einstellung Abb. 9) mit jeweils horizontal und vertikal ausgerichteter Hallsonde aufgenommen werden, da das Hallplättchen durch den Versuchsaufbau nicht immer tangential am Kreis anliegen kann. Die eine Messung von B_y muss einen kosinusförmigen Verlauf haben, die andere (B_x) einen minus-

sinusförmigen. Mit der Transformation $B_r(x) = B_y \cos x - B_x \sin x$ erhält man die Radialkomponente, die es zu fouriertransformieren gilt.

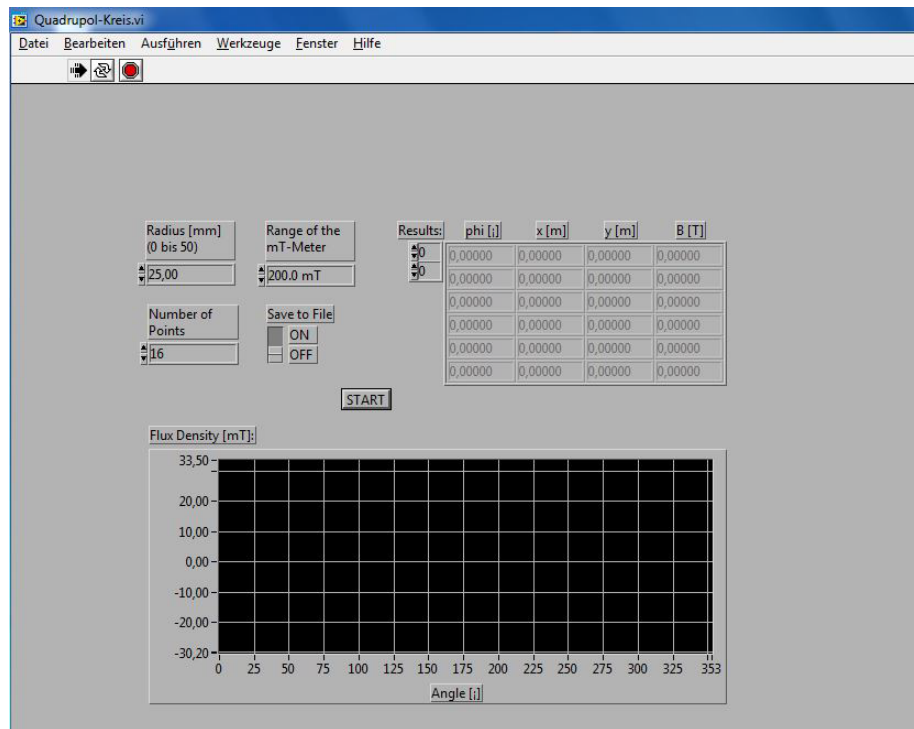


Abb. 9: LabView-Oberfläche „Quadrupol-Kreis“ (eigene Aufnahme, April 2018).

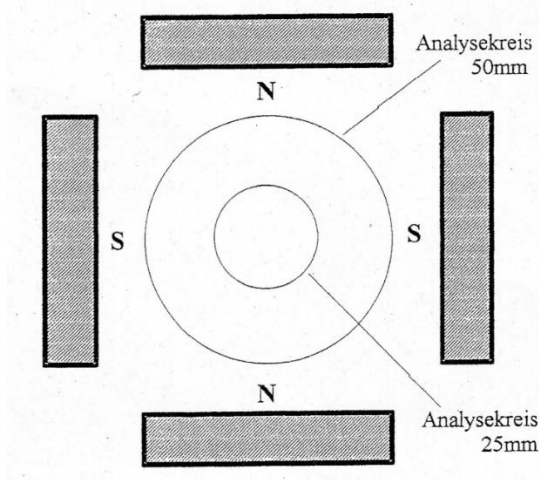


Abb. 10: Grobskizze des Aufbaus eines Quadrupolmagneten sowie der Analysekreise.

Führen Sie eine Fourier-Transformation mit den Werten durch, die Sie

- (i) von einem Kreis erhalten, dessen Mittelpunkt mit dem des Quadrupols übereinstimmt und dessen Radius 25 mm beträgt.
- (ii) von einem Kreis erhalten, dessen Radius 50 mm beträgt.

- c) Starten Sie die Anwendung „Quadrupol_Vertikalmessung“ und geben Sie bei der maximalen Eintauchtiefe einen Wert von ungefähr 50 mm und beim Radius 20 mm ein. Es sollten wieder ca. 50 Datenpunkte aufgenommen werden. Möchte man die Messdaten sichern, um sie auswerten zu können, muss man vor der Messung bei „Save to File“ „On“ einstellen. Die Messung beginnt man mit „Start“.

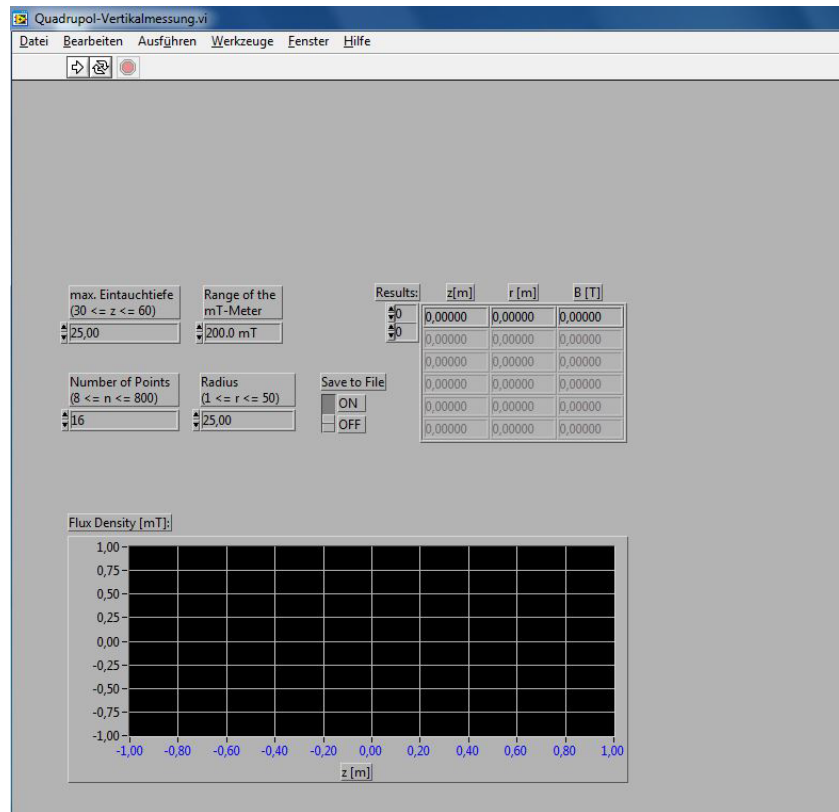


Abb. 11: LabView-Oberfläche „Quadrupol-Vertikalmessung“ (eigene Aufnahme, April 2018).

Berechnen Sie aus den Messdaten die Brennweite des Quadrupols für ein Proton mit einer Energie von 10 keV (Tipp: $f = \frac{1}{K \cdot L_{eff}}$).